中國統計學報
第36卷第4期
八十七年十二月
361–376頁

2^k 計畫的單因子單水準修正法之建構

陳雲岫　　林共進
元智大學工業工程系　美國賓州州立大學管理科學及資訊系統系

摘　要

2^k 設計是一種眾所皆知且廣爲利用的一種實驗設計，當實驗成本昂貴且實驗之隨機誤差又是相對地小時，此時應明智的採用單因子單水準 *(one-at-a-time)* 修正法，亦即，每一次連串之因子水準組合只須更動前一次連串的其中一個因子之水準。一般情況下，單因子單水準修正法將會產生許多連串順序序列 *(run order sequence)*。本文利用分枝界限法 *(branch-and-bound)* 提出一簡易且有效的演算法則，搜尋所有可能之連串順序序列，並且在多項式時間趨勢考量下，建立最佳之連串順序序列。文中並提出在線性、二階、以及三階多項式之時間趨勢下之最佳實驗連串序列。

關鍵詞： 分枝界限法，水準更換模型，連串順序序列，時間趨勢。

1. 緒論與文獻探討

農業科技的實驗往往必須一次就將所有資料收集完成，許多工業實驗則不得不根據上階段之實驗結果來設計下階段之實驗。當實驗者決定使用2^k設計時，首先要先決定實驗之連串順序(run order)。一般之標準程序是先將連串順序隨機化。然而，當實驗成本昂貴或變更某些因子之水準組合時實際上操作不易，隨機化則顯得不適宜。 Draper及Stoneman(1968) ， Cheng(1985)即提出隨機化在某些場合下並非一合宜的原則。因此，如何選擇一具有良好性質的連串順序序列(run order sequence)成為一有趣之研究課題。

若連續兩次連串之因子水準組合只變更其中一個因子之水準，稱此為單因子單水準修正法，而選擇變更之因子是以成本最低或經濟效益最高之組合為原則。 Daniel(1973)指出單因子單水準修正法在各領域已廣為科學家採用。無庸置疑地，2^k單因子單水準修正法之隨機性不會維持，此謂分析結論將失其不偏性，而偏頗量(bias)，主要來自於不可控制之時間趨勢(time-trend)效應。因而，選擇單因子單水準修正法之連串實驗順序序列應該是儘可能的對時間趨勢因素具有穩健性(robustness)。

Cox (1951)開始致力於系統性連串順序之研究，自此之後，建構具有高穩健性或不受時間趨勢影響之實驗設計成為研究重點。不可避免地，複雜性高的實驗工作其時間趨勢效應並不易明確判斷出。然而，若從多次更換因子水準而產生高成本，不符合經濟效益之現象言之，仍宜採用單因子單水準修正法。若有多於一組之連串順序序列，則應選擇具有時間趨勢效應最低之序列。証據顯示，即使存在些許之時間趨勢效應之下，單因子單水準修正法之連串順序序列，仍是比傳統實驗設計之隨機性或不受時間趨勢影響之連串順序來得佳。

本文提出以分枝界限法(branch-and-bound)，來建構2^k單因子單水準修正法之所有可行之連串順序。當某些特定型式之時間趨勢效應考慮在此計畫內，則最適宜之2^k連串順序將可經由此演算法則產生。

我們以下列式(1)來評估任一因子與時間趨勢效應之交絡度(degree of confounding)：

$$R^2(x_i,T) = [\text{correlation}(x_i,T)]^2 = \frac{[(x_i-\bar{x})'(T-\bar{T})]^2}{(x_i-\bar{x})'(x_i-\bar{x})(T-\bar{T})'(T-\bar{T})}, \qquad (1)$$

其中 x_i 及 T 分別爲設計因子及時間趨勢效應。實際上，$R^2(x_i, T)$ 是 x_i 及 T 之內積，而 x_i 及 T 則是經線性轉換後之中心值爲0及長度爲1之向量。假設所有因子均視爲同樣重要，定義 MR_T^2 爲當時間趨勢效應存在下，所有因子中交絡度最高者，其中

$$MR_T^2 = Maximum_i \; R^2(x_i, T) \tag{2}$$

若 $MR_T^2 = 0$，意謂連串順序不具時間趨勢效應；亦即，所有因子均與時間趨勢因素直交。尋求具有最小 MR_T^2 值之單因子單水準修正法之連串順序序列，則爲我們的目標。而平均時間趨勢效應 (AR_T^2) 亦常使用爲評估項目之一，其中

$$AR_T^2 = \sum_{i=1}^{k} R^2(x_i, T)/k \text{。}$$

當 $AR_T^2 = MR_T^2$ 時，表示所有因子之時間趨勢效應均相同。

第二節介紹一個可構建單因子單水準修正法的所有可行之連串順序序列之遞迴運算法則。第三節將討論在線性、二階、以及三階之多項式時間趨勢效應下的最佳連串順序序列。第四節則實際驗証第二、三節中之理論部份並以 2^3 、2^4 及 2^5 設計爲例。

2. 構建一 2^k 計畫的單因子單水準修正法之連串順序序列

我們採行慣用之二水準設計的符號，若小寫字母出現在一連串之因子水準中，表該因子的一水準；若未出現，則爲該因子的另一水準。譬如，在一 2^3 實驗設計中，ab 表因子水準組合是因子 A 與 B 的高水準及因子 C 的低水準。而符號 (1) 表所有因子均在低水準之組合。

一個簡單的 2^k 單因子單水準修正法的連串順序序列可經由反向摺疊式 (reversed foldover) 建構，如表1所示 (可參考 Cheng 1985)。不失一般性，將起始點設在 (1)，不然的話，我們亦可將全路徑乘上起始點之符號，因爲對任何因子 U ，U^2 永遠爲單位值 (identity)。水準更換次數總共爲 $2^k - 1$。以現在使用之符號形式表之，因子 A 改變 2^{k-1} 次，因子 B 改變 2^{k-2} 次；依此類推，第 k 個因子則只改變 $2^{k-k} = 1$ 次。明顯地，若每一因子之水準更換成本不一，則我們應將更換成本最高之因子指定爲第 k 個因子，而成本最低之因子則指

定爲因子A。此類之連串順序序列可視爲分割區域結構(split-plot structure)，與Ju及Lucas(1991)之研究有相似之處。

對一個2^k設計，總共有2^k個實驗點。現以一條短線連接兩個實驗點，連接的原則爲此二實驗點之符號形式上，其中一實驗點比另一實驗點多一個字母或少一個字母。亦即，從一實驗點移至另一實驗點時，其水準更換是屬於單因子單水準修正法。圖1至圖3說明了當$k=2$，3及4時，實驗點之間的鄰近關係。這些圖是經由歸納法建構出。明確地說，爲建構2^k設計的鄰近關係，我們先"複製"2^{k-1}設計的鄰近關係，之後再將新因子K之符號附在每一個節點上，最後再以短線連接相鄰的節點。圖2(a)說明$k=3$的立體鄰近關係；圖2(b)則是圖2(a)的平面透視圖，兩者是相同的。我們則用圖2(b)建構出圖3(a)。圖3(b)則是爲圖3(a)立體圖之平面關係圖。共有四行長方形，每一行爲前後兩張平面圖依相對位置節點形成平面之鄰近關係，例如節點(ac,abc)與$(acd,abcd)$形成平面鄰近關係爲

$$ac-abc-abcd-acd,$$

相鄰節點以實線連接之。另外四列長方形之形成是依據每一張平面圖上或下兩端之節點鄰近關係，例如

$$(1)-a-ac-c \text{ 或 } d-ad-acd-cd\text{。}$$

一但鄰近關係建立後，明顯地，一個單因子單水準修正法的連串順序序列可視爲是經過所有節點唯一一次之路徑。表1則是列出$k=2,3,4$及N其中一種路徑。使用分枝界限法可將上段所述所有可行之徑路找出。在每一階段，採用分枝方式分散至最鄰近節點搜尋可能之實驗點。當(1)所有2^k個節點均包含在路徑內或(2)任何單一節點被搜尋到第二次時(此種路徑棄之不用)，分枝步驟則停止。不失一般性，將節點(1)視爲起始點，然後使用遞迴程式搜尋分枝界限法下之可行路徑。

以2^2設計來說明分枝界限搜尋法。首先從節點(1)開始搜尋鄰近節點，出現節點a或b。若以a爲例，則a之鄰近爲(1)或ab，因爲(1)重覆搜尋，故此路徑棄之不用，另一條可行路徑爲$(1)-a-ab$。下一站之搜尋只取b(因節點a出現第二次)，此時搜尋完成，其可用路徑爲

$$(1) - a - ab - b。$$

另一條合理路徑爲

$$(1) - b - ab - a。$$

此兩條序列之差別只在因子之命名，是以不考慮因子重新命名之下，2^2設計的唯一一條連串順序序列爲

$$(1) - a - ab - b。$$

當$k = 2,3,4$及5時，已發現分別有1, 3, 238及多於500,000條不同的單因子單水準修正法的連串順序序列，此尚未包含重新命名因子後的路徑數目。當$k = 2$，唯一可行之單因子水準更換配置序列是

$$(1) - a - ab - b。$$

針對$k = 4$ (2^4設計)，我們詳細說明相關的重點。而$k = 3$及5的部份則在第四節扼要說明之。

即使水準更換之次數共有$2^k - 1$次，然而對每個因子而言，其水準更換次數不一。在此，我們定義每個因子之水準更換組態(level change pattern，或簡寫成LCP)爲$2^k - 1$次水準更換的分佈。現以表5的2^3連串順序序列1說明水準更換組態。序列1爲

$$(1) - a - ab - b - bc - c - ac - abc。$$

因子水準更換順序如下：$(1) \to a$時因子A之水準從"$-$"更換至"$+$"；$a \to ab$時因子B更換水準("$-$"至"$+$")；$ab \to b$時因子A更換水準("$+$"至"$-$")；$b \to bc$時因子C更換水準("$-$"至"$+$")，依此類推。總結可得因子A與B各更換水準三次，因子C更換一次。此序列之水準更換組態爲331，或稱爲因子水準更換分佈爲331。由於重新命名之故，設定水準更換組態爲遞降形式。當$k = 4$時，共有18組不同的水準更換組態。

表2則是列出$k = 4$時的238條的連串順序序列分別分類爲18個水準更換組態之結果。若每個因子水準更換的成本或困難度指定後，則這些組態是被用來評估總體實驗工作量的重要工具。凡是水準更換困難度較高之因子，其

更換次數應較少。由表2之每一水準更換組態之水準更換次數均介於1至8。當最高之水準更換次數，8，出現在水準更換組態時，連串順序序列出現之頻率則僅一次(即表2中水準更換組態13、14及17號)。水準更換組態12號則顯示每一因子均勻出現在一序列中，反之，14號是唯一具有分割區域結構之序列。最理想的連串順序不但可節省實驗成本(譬如，適當的水準更換組態)且對時間趨勢效應具穩健或近穩健性(如，MR_T^2之值越小越好)。

3. 多項式時間趨勢效應

以往學者在研究此題材時最常假設時間趨勢具線性或低階多項式效應，相關文獻如Cox (1951)，Daniel及Wilcoxon (1966)，Draper及Stoneman (1968)，Dickinson (1974)及Cheng (1985)等。若因子與多項式具直交性，則連串順序將不會受時間趨勢影響。

現將$k=4$時的238條不同的序列在線性時間趨勢效應下的MR_L^2值計算出來並歸納後列於表3，共可分成11個不同之MR_L^2可能值。MR_L^2之計算方式如第一節中所述。MR_L^2值之大小可評估某特定之連串順序序列對線性時間趨勢效應之穩健性，值越小者表其穩健性越高。表3中顯示No. 9, 10和11的7條連串順序序列之MR_L^2值相當小，同樣之結論亦出現於Dickinson(1973,表3)。線性及下一段討論之二階、三階多項式時間趨勢效應之計算公式是依據Fisher及Yates(1963, p.98)中所列之Tchebycheff直交多項式係數。

如前所述，水準更換組態在決定最佳之連串順序序列中佔一重要角色，除了線性趨勢外，我們亦分別評估此18個水準更換組態在二階及三階多項式時間趨勢的MR_T^2值。當時間趨勢及欲採用之水準更換組態事前決定後，則表4列出最佳之MR_T^2(及AR_T^2)值。作者可提供完整之連串順序序列相關資料和電腦程序，有興緻之讀者可與作者聯絡e-mail:DKL5@PSU.EDU。另一方面，若無持定之時間趨勢，則可以選擇一連串順序序列對線性、二階及三階多項式之時間趨勢效應同時有穩健性，但是這條序列不一定對其中一項時間趨勢效應是最佳的選擇。

第14號序列是採用反向摺疊法建構，但由表4之值可發現在線性及二階之時間趨勢下，具有較高之MR^2值。然而，對每一個因子具有"對稱"之水準

更換組態之第12號序列在三種不同之時間趨勢下之表現卻不錯。另一特殊現象爲凡水準更換組態中包含元素"1"者，其 MR_L^2 值均大；換言之，在線性時間趨勢下，每一因子之水準更換次數必須要多於一次，方具好的穩健性。對二階時間趨勢言之，具有(2、1)之水準更換組態者其 MR_Q^2 值特別高。相對而論，三階時間趨勢之 MR_C^2 值均低。整體視之，具有"對稱"分配之水準更換組態者表現較佳。

建構 2^k 單因子單水準修正法可節省相當可觀的成本且對使用者更爲便利。若時間趨勢效應不存在，許多連串順序序列皆可採用。而實驗者亦可從合宜之水準更換組態選擇最佳的連串順序序列。水準更換組態(5、4、4、2)中之連串順序序列，

$$(1) - a - ab - abc - abcd - bcd - cd - d - bd - abd - ad - acd - ac - c - bc - b,$$

被証實對所有之時間趨勢是最佳(或近似最佳)之一連串順序序列。在不易確定時間趨勢之型態時，此序列將是最合宜之選擇。

Cheng(1985)驗証 2^k 連串順序序列在不考慮線性趨勢下，共需要 2^k+3 次之水準更換，比單因子單水準修正法多4次。若是線性趨勢效應是唯一之考量且多4次之水準更換是可接受的，則這些序列爲合宜之候選者。當 $k=4$ 時，下面的連串順序序列是單因子單水準修正法之最佳序列：

$$(1) - a - abc - bc - bcd - abcd - ad - d - cd - acd - abd - bd - b - ad - ac - c。$$

此最佳序列的 MR_L^2 值爲0.05，如表4所列。

4. $k=3$ 及5時的部份結果

Draper 及 Stoneman (1968)得到在 $k=3$ 線性趨勢下的所有可能之連串順序，共 $8! = 40,320$ 條，其中只有3條屬於單因子單水準修正法之連串順序序列，此可從圖2輕易的得之。因爲水準更換次數越多，MR_L^2 值會越好(相當於 Draper 及 Stoneman, p.302中所述之次數計算)，此三條序列在 Draper 及 Stoneman(1968)文章中未有進一步之說明。表5則是很清楚的將此三條連串順序在不同的時間趨勢之 MR^2 值列出。若是時間趨勢效應存在的話，連串數

少的會比連串數多之設計更易受時間趨勢影響，譬如，8-連串設計之時間趨勢效應會比16-連串者來得嚴重。表5中顯示序列3似乎比其他兩條略勝一疇。由式(1)可知，消除時間趨勢效應是發生在特定的序列上，故連串順序序列隨機化並不能消除時間趨勢效應。對小樣本之案例而言此一現象更爲突顯。

在$k = 5$的情形下，2^k單因子單水準修正法之連串順序序列數目多於500,000條，可被歸類成247個不同的水準更換組態。在特定之時間趨勢及(或)水準更換組態下，可使用本文提出之運算法則搜尋一最佳的單因子單水準修正法之連串順序序列。

值得一提的是時間趨勢效應不一定要線性或多項式型態。但本文所提供之方法只要時間趨勢效應爲已知，均可加以使用。另外水準更換組態和時間趨勢效應之交絡度是不是有一定的關係式值得更進一步了解。

致謝詞：作者們對於評審們的仔細閱讀及建議並認眞勘誤，特此致謝。

參考文獻

Cheng, C.S. (1985). Run order of factorial designs. In *Proceedings of the Berkeley Conference in Honon of Jerzy Neyman and Jack Kiefer*, eds. L.M. Lecam and R.A. Olshen, Belmont, CA: Wadsworth, pp. 619-633.

Cox, D.R. (1951). Some systematic experimental designs. *Biometrica*, 38, 312-323.

Daniel, C. (1973). One-at-a-time plans. *Journal of the American Statistical Association*, 68, 353-360.

Daniel, C. and Wilcoxon, F. (1966). Factorial 2^{p-q} plans robust against linear and quadratic trends," *Technometrics*, 8, 259-278.

Dickinson, A.W. (1974). Some run orders requiring a minimum number of factor level changes for the 2^4 and 2^5 main effect plans. *Technometrics*, 16, 31-37.

Draper, N.R. and Stoneman, D.M. (1968). Factor changes and linear trends in eight-run two-level factorial designs. *Technometrics*, 10, 301-311.

Fisher, R.A. and Yates, F. (1963). *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research.* 6th Ed., Oliver and Boyd: London.

Ju, H. and Lucas, J.M. (1991). Split plotting and randomization in industrial experiments. Paper presented at ASA Joint Meeting, Atlanta, GA.

[民國87年6月10日收稿, 87年9月18日修訂, 87年11月25日接受]

圖1. 2^2設計實驗點之鄰近關係

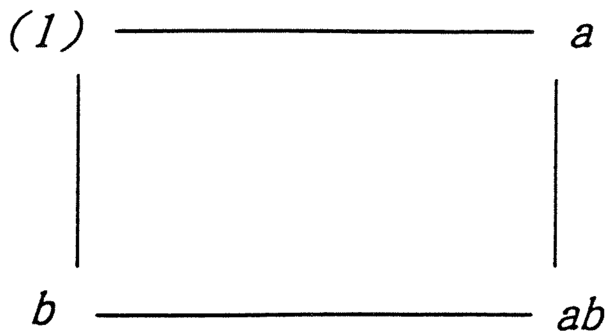
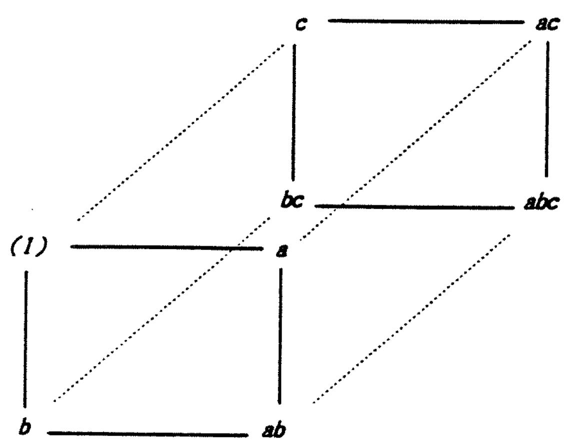
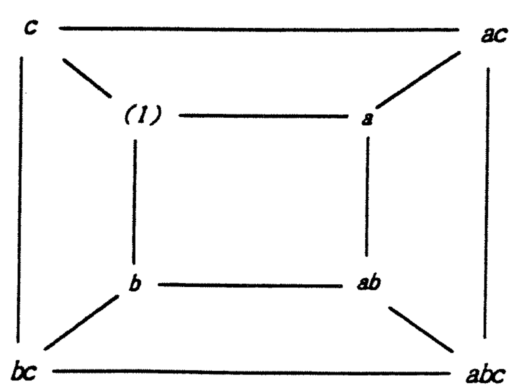


圖2. 2^3設計實驗點之鄰近關係

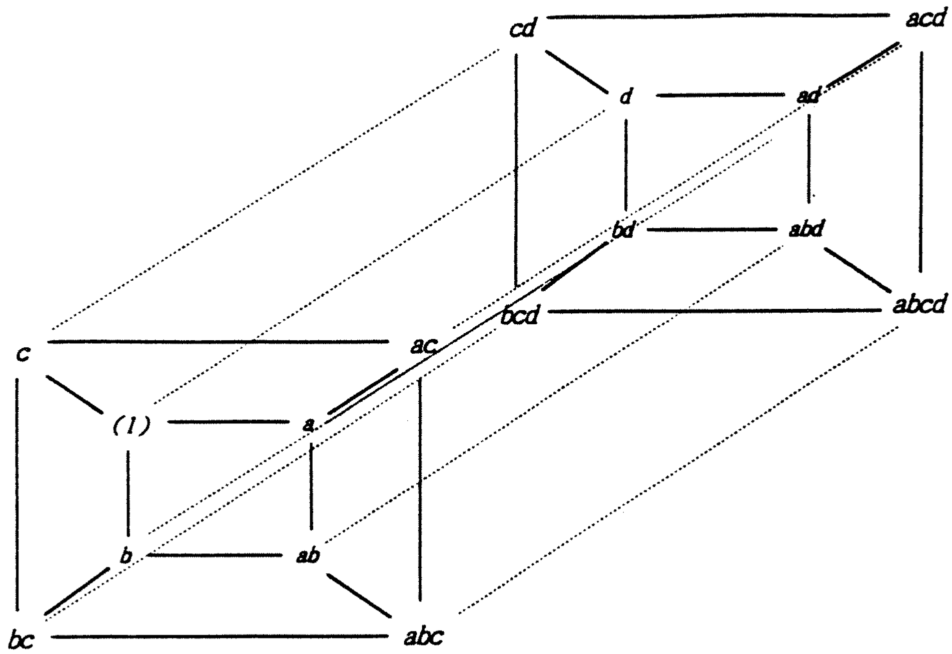


2 (a)

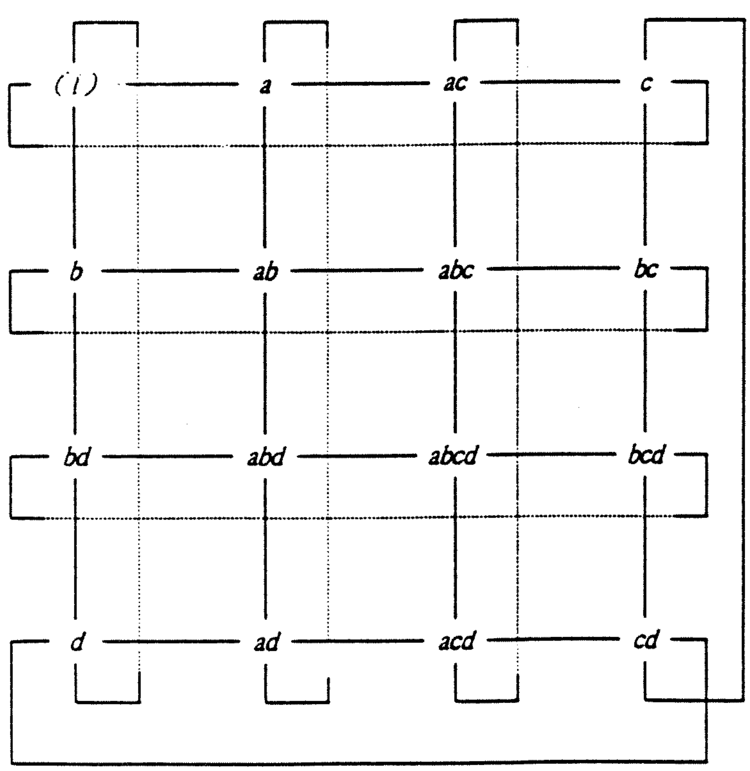


2.(b)

圖3. 2^4設計實驗點之鄰近關係



3 (a)



3 (b)

表1. 以反向摺疊法建構 2^k 單因子單水準修正法之連串順序序列

k	Factors	Run order sequences
2	A, B	$(1) - a - ab - b$
3	A, B, C	$(1) - a - ab - b - bc - abc - ac - c$
4	A, B, C, D	$(1) - a - ab - b - bc - abc - ac - a - cd - acd - abcd - bcd - bd - abd - ad - d$
⋮	⋮	⋮
N	A, B, $\cdots$, N	[order of $N-1$]-[reversed order of $N-1$ attaching with the symbol n]

表2. 2^4 單因子單水準修正法之連串順序序列及水準更換組態表

No.	LCP	Freq	Run Oreder Sequence
1	6531	14	$(1) - a - ab - b - bc - abc - ac - c - cd - acd - abcd - abd - ad - d - bd - bcd$
2	5541	13	$(1) - a - ab - abc - ac - c - bc - b - bd - bcd - abcd - acd - cd - d - ad - abd$
3	6441	10	$(1) - a - ab - abc - ac - c - bc - b - bd - bcd - cd - acd - abcd - abd - ad - d$
4	7431	8	$(1) - a - ab - b - bc - abc - ac - c - cd - bcd - abcd - abd - bd - d - ad - acd$
5	7521	4	$(1) - a - ab - b - bc - c - ac - abc - abcd - acd - cd - bcd - bd - d - ad - abd$
6	6621	3	$(1) - a - ab - b - bc - c - ac - abc - abcd - acd - cd - bcd - bd - abd - ad - d$
7	5532	22	$(1) - a - ab - b - bc - bcd - abcd - acd - ad - abd - bd - d - cd - c - ac - abc$
8	7332	8	$(1) - a - ab - b - bc - c - cd - bcd - bd - d - ad - abd - abcd - acd - ac - abc$
9	5433	50	$(1) - a - ab - abc - abcd - bcd - cd - d - ad - acd - ac - c - bc - b - bd - abd$
10	6432	40	$(1) - a - ab - abc - abcd - abd - bd - bcd - cd - d - ad - acd - ac - c - bc - b$
11	6333	6	$(1) - a - ab - b - bc - c - cd - bcd - bd - d - ad - abd - abcd - abc - ac - acd$
12	4443	16	$(1) - a - ab - abc - bc - bcd - abcd - abd - ad - acd - ac - c - cd - d - bd - b$
13	8331	1	$(1) - a - ab - b - bc - abc - ac - c - cd - acd - ad - d - bd - abd - abcd - bcd$
14	8421	1	$(1) - a - ab - b - bc - abc - ac - c - cd - acd - abcd - bcd - bd - abd - ad - d$
15	5442	30	$(1) - a - ab - abc - abcd - bcd - cd - d - bd - abd - ad - acd - ac - c - bc - b$
16	6522	9	$(1) - a - ab - b - bc - abc - abcd - abd - bd - bcd - cd - d - ad - acd - ac - c$
17	8322	1	$(1) - a - ab - b - bc - abc - abcd - bcd - bd - abd - ad - d - cd - ucd - ac - c$
18	7422	2	$(1) - a - ab - abc - ac - c - bc - bcd - cd - acd - abcd - abd - ad - d - bd - b$

表3. 2^4 單因子單水準修正法之所有可能 MR_L^2 值

No.	MR_L^2	Run Order Sequence	Freq
1	0.75	$(1)-a-ab-b-bc-c-ac-abc-abcd-abd-ad-d-bd-bcd-cd-acd$	54
2	0.42	$(1)-a-ab-b-bc-c-ac-acd-ad-d-cd-bcd-bd-abd-abcd-abc$	52
3	0.29	$(1)-a-ab-b-bc-c-cd-d-ad-abd-bd-bcd-abcd-abc-ac-acd$	41
4	0.36	$(1)-a-ab-b-bc-c-cd-d-bd-bcd-abcd-abc-ac-acd-ad-abd$	15
5	0.24	$(1)-a-ab-b-bc-c-cd-d-bd-bcd-abcd-abd-ad-acd-ac-abc$	23
6	0.58	$(1)-a-ab-b-bc-c-cd-acd-ac-abc-abcd-abd-ad-d-bd-bcd$	9
7	0.50	$(1)-a-ab-b-bc-c-cd-bcd-abcd-abc-ac-acd-ad-d-bd-abd$	16
8	0.19	$(1)-a-ab-b-bc-c-cd-bcd-abcd-abd-bd-d-ad-acd-ac-abc$	21
9	0.14	$(1)-a-ab-abc-bc-bcd-abcd-abd-ad-acd-ac-c-cd-d-bd-b$	1
10	0.11	$(1)-a-ab-abc-abcd-abd-bd-bcd-cd-d-ad-acd-ac-c-bc-b$	4
11	0.05	$(1)-a-ab-abc-abcd-bcd-cd-d-bd-abd-ad-acd-ac-c-bc-b$	2

表4. 2^4單因子單水準修正法之線性、二階、以及三階時間趨勢效應(MR^2)及平均時間趨勢效應(AR^2)之最佳值

No.	LCP	Freq	linear $MR_L^2(AR_L^2)$	quadratic $MR_Q^2(AR_Q^2)$	cubic $MR_C^2(AR_C^2)$
1	6531	14	0.75(0.20)	0.02(0.01)	0.14(0.09)
2	5541	13	0.75(0.19)	0.07(0.02)	0.11(0.07)
3	6441	10	0.75(0.19)	0.18(0.06)	0.11(0.03)
4	7431	8	0.75(0.20)	0.03(0.01)	0.14(0.08)
5	7521	4	0.75(0.19)	0.72(0.18)	0.11(0.07)
6	6621	3	0.75(0.19)	0.72(0.19)	0.11(0.03)
7	5532	22	0.19(0.07)	0.14(0.04)	0.01(0.01)
8	7332	8	0.24(0.11)	0.14(0.08)	0.24(0.15)
9	5433	50	0.05(0.04)	0.04(0.03)	0.04(0.02)
10	6432	40	0.11(0.06)	0.14(0.08)	0.05(0.03)
11	6333	6	0.24(0.15)	0.04(0.02)	0.22(0.07)
12	4443	16	0.14(0.08)	0.24(0.14)	0.09(0.03)
13	8331	1	0.75(0.21)	0.10(0.05)	0.31(0.18)
14	8421	1	0.75(0.19)	0.72(0.19)	0.11(0.03)
15	5442	30	0.05(0.02)	0.27(0.12)	0.10(0.05)
16	6522	9	0.19(0.14)	0.40(0.20)	0.24(0.11)
17	8322	1	0.19(0.14)	0.40(0.20)	0.24(0.17)
18	7422	2	0.42(0.14)	0.63(0.20)	0.28(0.12)
	Overall Best Values		0.05(0.02)	0.02(0.01)	0.01(0.01)

表5. 2^3 單因子單水準修正法之相關結果

Sequence	Run Order Sequence	LCP	Trend	$MR^2(AR^2)$
1	$(1)-a-ab-b-bc-c-ac-abc$	331	linear	0.10(0.04)
			quadratic	0.01(0.01)
			cubic	0.05(0.04)
2	$(1)-a-ab-b-bc-abc-ac-c$	421	linear	0.10(0.03)
			quadratic	0.10(0.03)
			cubic	0.02(0.01)
3	$(1)-a-ab-abc-ac-c-bc-b$	232	linear	0.02(0.02)
			quadratic	0.05(0.04)
			cubic	0.03(0.03)

An Algorithm for Constructiong One-at-a-Time 2^k Plans

Yun-Shiow Chen
Department of Industrial Engineering
Yuan Ze University
Dennis K.J. Lin
Department of Management Science and Information Systems
The Pennsylvania State University

ABSTRACT

Two-level factorial (2^k) designs are well known and widely used. When the change of factor levels is expensive and the random error is relatively small, it may be thought wise to run the one-at-a-time 2^k design, namely, changing only one factor level at one time. Many run order sequences are possible for such a plan. This paper introduces an efficient algorithm for constructing all such sequences and presents the optimal run orders when certain types of time trend are under consideration. Polynomial type time trends up to third order are investigated. Some practical concerns are discussed.

Key words and phrases: Branch-and-bound, level-change pattern, run order sequence, time-trend.